

量子禁忌搜索算法的研究

陈晓峰¹, 姜慧研^{1,2}

(1. 东北大学软件学院, 辽宁沈阳 110819; 2. 东北大学医学影像计算教育部重点实验室, 辽宁沈阳 110819)

摘 要: 针对量子智能算法对高维函数的优化时存在容易陷入局部最优的问题, 提出了量子禁忌搜索算法. 在量子比特相位增量空间方面, 提出了一种按指数级别下降并可动态循环调整的策略; 在候选解相位邻域空间方面, 提出了一种与禁忌表中最优解有关的可动态调整的划分方法, 并增加了候选解局部优化处理方法. 为了验证算法的有效性, 在高维函数极值问题和多维背包问题进行了仿真, 结果表明本文算法收敛速度快, 求解精度高.

关键词: 量子进化算法; 禁忌搜索算法; 量子禁忌搜索算法; 函数极值问题; 多维背包问题

中图分类号: TP301.6 **文献标识码:** A **文章编号:** 0372-2112 (2013) 11-2161-06

电子学报 URL: <http://www.ejournal.org.cn>

DOI: 10.3969/j.issn.0372-2112.2013.11.008

Research of Quantum Tabu Search Algorithm

CHEN Xiao-feng¹, JIANG Hui-yan^{1,2}

(1. Software College, Northeastern University, Shenyang, Liaoning 110819, China; 2. Key Laboratory of Medical Image Computing of Ministry of Education, Northeastern University, Shenyang, Liaoning 110819, China)

Abstract: When optimizing high-dimensional function, the quantum intelligence algorithms is easy to fall into local optimum. Aiming at the problems, this paper proposes a quantum tabu search algorithm. A strategy which can drop as the index level and adjust dynamic circularly is proposed in the aspect of qubit phase incremental space; a partitioning method which is relevant to the optimum solution in the tabu list and can adjust dynamically is proposed in the aspect of neighborhood space of the candidate solution phase, and a local optimization processing method of candidate solution is added. In order to verify the validation of the algorithm, simulations are made in extreme value of high dimensional function and multidimensional knapsack problem. Experimental results show that the proposed algorithm owns fast convergence speed and high solution precision.

Key words: quantum evolution algorithm; tabu search algorithm; quantum tabu search algorithm; extremum problem; multidimensional knapsack problem

1 引言

量子智能计算是一个新的研究领域. 1996 年, Narayanan 等人首先将遗传算法与量子理论相结合, 提出了量子衍生遗传算法 (Quantum Inspired Genetic Algorithm) 的概念^[1], 随后出现了多种量子计算与智能算法的融合方式^[2~4].

目前量子智能算法对 2 维函数优化具有很强的寻优能力, 求解的精度也很高, 但对高维函数优化容易出现早熟现象. 为了解决这个问题, 学者进行了相关研究. 例如, 在文献[5]中引入了单纯形法作为局部搜索策略, 在文献[6]中采用了混沌更新量子旋转门, 提高了算法的精度. 但是上述改进算法存在收敛速度慢和计算时间长等缺点^[7]. 文献[7]采用二进制编码并引入小生境协

同进化策略, 文献[8]在二进制编码的基础上通过模糊规则集来自适应地调整量子门的旋转, 加快了算法的收敛速度. 但二进制编码使解的精度受编码位的影响.

针对上述问题, 本文对量子进化算法和禁忌搜索算法^[9]进行改进与结合, 提出了量子禁忌搜索 (Quantum Tabu Search, QTS) 算法. 在 QTS 算法中, 为了适应高维函数求解空间变化无常的特点, 提出了相位增量空间按指数级别下降并可动态循环调整的策略以及对相位邻域空间采用一种与禁忌表中最优解有关的可动态调整的划分方法, 缩小了候选解的选取范围, 同时增加了候选解局部优化处理方法. 上述方案在一定程度上避免了算法在对高维函数优化时早熟现象, 提高了算法的寻优速度和求解精度. 通过对高维函数极值问题、多维背包问题的仿真验证, 表明本文提出的量子禁忌搜索算法是可行的.

2 量子禁忌搜索算法

2.1 算法基本思想

在 QTS 算法中,量子染色体的相位编码为:

$$\Phi_i = [|\theta_{i1}| |\theta_{i2}| \cdots |\theta_{im}|], i \in \{1, 2, \dots, N\} \quad (1)$$

其中, N 为染色体总数, m 为优化问题的维数; 初始化时, 量子比特相位角 $\theta_{ij} = 2\pi \text{rand}$, $j \in \{1, 2, \dots, m\}$.

对应的量子染色体概率幅编码为:

$$\begin{bmatrix} P_{ic} \\ P_{is} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \left| \cos(\theta_{i1}) \right| & \left| \cos(\theta_{i2}) \right| & \cdots & \left| \cos(\theta_{im}) \right| \\ \left| \sin(\theta_{i1}) \right| & \left| \sin(\theta_{i2}) \right| & \cdots & \left| \sin(\theta_{im}) \right| \end{bmatrix} \quad (2)$$

通用的量子旋转门的更新为:

$$\begin{bmatrix} \cos(\theta^{t+1}) \\ \sin(\theta^{t+1}) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \cos(\Delta\theta^{t+1}) & -\sin(\Delta\theta^{t+1}) \\ \sin(\Delta\theta^{t+1}) & \cos(\Delta\theta^{t+1}) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \cos(\theta^t) \\ \sin(\theta^t) \end{bmatrix} \quad (3)$$

优化问题的求解方法: 设变量 X^j 的定义域为 $[a^j, b^j]$, 量子比特为 $[\cos(\theta_{ij}), \sin(\theta_{ij})]^T$, 利用线性变换, 则相应的解空间变量为:

$$\begin{bmatrix} X_{ic}^j \\ X_{is}^j \end{bmatrix} = \frac{1}{2} \begin{bmatrix} 1 + \cos(\theta_{ij}) & 1 - \cos(\theta_{ij}) \\ 1 + \sin(\theta_{ij}) & 1 - \sin(\theta_{ij}) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} b^j \\ a^j \end{bmatrix} \quad (4)$$

2.2 算法的基本概念和前提条件

禁忌表: 禁忌表用于存放量子染色体的各个状态信息. 禁忌表的初始状态取量子染色体初始化时适应度值最大的状态.

禁忌规则: 如果满足下面的两个准则, 则将候选解及其目标状态值放入禁忌表中.

(1) 量子染色体相位 $[\theta_1, \theta_2, \dots, \theta_m]$ 跟禁忌表中量子染色体相位 $[\theta_1^*, \theta_2^*, \dots, \theta_m^*]$, 应满足:

$$\|\theta - \theta^*\| \leq \text{lowBd} \quad (5)$$

(2) 量子染色体的适应度值 $\text{fit}(X)$ 跟禁忌表中量子染色体的适应度值 $\text{fit}(X^*)$, 应满足:

$$\text{fit}(X) > \text{fit}(X^*) \quad (6)$$

特赦规则: 如果当前量子染色体的适应度值大于算法到目前为止搜索的最优量子染色体的适应度值, 则当前量子染色体满足特赦规则.

禁忌表更新: 候选解若满足禁忌规则或特赦规则, 若此时禁忌表当前长度小于最大禁忌长度, 候选解直接加入到禁忌表中; 否则, 用候选解代替禁忌表解集中最差的一个解.

2.3 算法中需要说明的细节问题

相位增量空间的调整策略: 本文设计了一个可动态循环调整的相位增量空间 $[\text{lowBd}, \text{upBd}]$, 用试凑法确定初值为 $[0.25\pi, 0.75\pi]$, 相位增量空间如下式所示:

$$[\text{lowBd}^{t+1}, \text{upBd}^{t+1}] = \exp(-n^t) [\text{lowBd}^t, \text{upBd}^t] \quad (7)$$

$$n^t = \begin{cases} n^t + 1, & n^t < \max n^t \\ \text{resnf}, & n^t \geq \max n^t \end{cases} \quad (8)$$

其中, n^t 表示第 t 次迭代收缩级别, $\max n^t$ 表示最大收缩级别, resnf 表示收缩级别复位值.

相位邻域空间的定义: 从禁忌表取出一个适应度值最大的量子染色体相位向量 \mathbf{R} . 设向量 \mathbf{R} 的取值范围为 $[\min(\mathbf{R}), \max(\mathbf{R})]$, 并把该相位空间 d 等分, 得到 d 个相位邻域空间 $\{[u_1, u_2], [u_2, u_3], \dots, [u_d, u_{d+1}]\}$.

$$u_s = \min(\mathbf{V}) + (s-1) \frac{\max(\mathbf{R}) - \min(\mathbf{R})}{d} \quad (9)$$

其中, $d=4$ 为常数, $s \in \{1, 2, \dots, d+1\}$.

候选解的选取: 在每个相位邻域空间内随机选取一个相位 θ_s , 计算公式如下:

$$\theta_s = u_s + \text{rand}(u_{s+1} - u_s) \quad (10)$$

对相位向量 \mathbf{R} 每一维上的量子比特相位依次用相位特征值替换生成相位向量 \mathbf{V} , 计算该解的适应度 $\text{fit}(\mathbf{V})$, 若 $\text{fit}(\mathbf{V}) > \text{fit}(\mathbf{R})$, 则替换该维相位并计算下一维相位, 直至得到最佳的相位向量 \mathbf{V} ; 将相位向量 \mathbf{V} 作为候选解.

候选解的量子交叉操作: 设位置更新向量为 \mathbf{S} , 寻优相位向量为 \mathbf{V} , 寻优参考相位向量为 \mathbf{R} . 通过量子旋转门对向量 \mathbf{V} 用向量 \mathbf{S} 指定的位置对量子比特进行更新, 形成子代 \mathbf{V}^* , 若 $\text{fit}(\mathbf{V}^*) > \text{fit}(\mathbf{V})$, 则 $\mathbf{V} = \mathbf{V}^*$. 向量 \mathbf{V} 的相位角增量更新如下:

$$\Delta\theta_{ij}^t = \begin{cases} (\theta_{ij} - \theta_{Rj}) \times 2(\text{rand}_j - 1), & \theta_{ij} \neq \theta_{Rj} \\ \Delta\theta_{ij}^t, & \theta_{ij} = \theta_{Rj} \end{cases} \quad (11)$$

$$\Delta\theta_{ij}^{t+1} = \begin{cases} \Delta\theta_{ij}^t + 2\pi, & \Delta\theta_{ij}^t < -\pi \\ \Delta\theta_{ij}^t, & -\pi \leq \Delta\theta_{ij}^t \leq \pi \\ \Delta\theta_{ij}^t - 2\pi, & \Delta\theta_{ij}^t > \pi \end{cases} \quad (12)$$

其中, $j \in \{S(1), S(2), \dots, S(w)\}$, w 为向量 \mathbf{S} 的长度, $\text{rand}_j \in [0, 1]$, $\Delta\varphi_{ij}$ 由公式(13)得到.

候选解的量子变异操作: 设当前相位搜索空间为 $[\text{lowBd}, \text{upBd}]$, 变异概率为 P_m , 则寻优相位向量 \mathbf{V} 的相位角增量更新为:

$$\begin{cases} \Delta\varphi_{ij} = (2\text{rand}_{ij} - 1)(\text{upBd} - \text{lowBd}) \\ \Delta\theta_{ij} = \text{sign}(\Delta\varphi_{ij})(\text{abs}(\Delta\varphi_{ij}) + \text{lowBd}) \end{cases} \quad (13)$$

若 $\text{rand}_{ij} < P_m$, 则对寻优相位向量 \mathbf{V} 的第 j 位量子比特进行变异处理, 产生向量 \mathbf{V}^* , 若 $\text{fit}(\mathbf{V}^*) > \text{fit}(\mathbf{V})$, 则 $\mathbf{V} = \mathbf{V}^*$.

候选解局部优化: 候选解在经过连续多次交叉、变异操作后还会发生量子染色体个别位置(异常位置)的数值过大或过小造成求解精度下降的现象. 改进的方法是用一个计数器 tryNum 监测候选解没有改善的次数, 当达到设定的次数后, 对异常位置的量子比特相位用整个禁忌表相位的平均值加相位增量替换. 设需要替换的量子比特相位 \mathbf{V} : θ_s , 其更新如下:

$$\theta_s = \text{mean}(\theta_{\text{list}}) + \Delta\theta_s \quad (14)$$

其中, θ_{msa} 表示禁忌表所有量子比特相位, $\Delta\theta_s$ 由公式 (13) 得到.

2.4 算法严格完整描述

以函数极值问题为例, QTS 算法描述如下:

Step1 参数初始化. 种群规模 N , 禁忌表长度 $2N$, 变异概率 P_m , 计数器 $tryNum$, 内循环计数器 $Cnum$ 等参数.

Step2 产生初始群体. 按式(1)随机产生 N 条量子染色体组成群体 Q .

Step3 对群体 Q 中的各条量子染色体按适应度排序. 把适应度值最大的量子染色体的各个状态放入到禁忌表中.

Step4 内循环计数器 $Cnum = 0$, 按式(7)对本次迭代的相位增量空间进行调整; 从禁忌表取出适应度值最大的量子染色体作为寻优参考相位向量 \mathbf{R} , 按式(9)划分相位邻域空间.

Step5 按式(10)产生寻优相位向量 \mathbf{V} 作为候选解, 对寻优相位向量 \mathbf{V} 依次进行交叉操作、变异操作、按贪婪规则更新候选解. 若候选解没有进化, 按式(8)更新收缩级别, 计数器 $tryNum = tryNum + 1$. 如果 $tryNum$ 达到设定的次数, 则候选解按式(14)进行局部优化处理.

Step6 判断候选解是否满足禁忌规则或特赦规则; 若满足, 更新禁忌表.

Step7 内循环计数器 $Cnum = Cnum + 1$; 如果 $Cnum < N$, 执行 Step5; 否则, 继续下一步.

Step8 判断是否满足结束条件, 是则结束; 反之, 执行 Step4.

3 量子禁忌搜索算法收敛性分析

定理 1 量子禁忌搜索算法 QTS 的种群序列 $\{A(n), n \geq 0\}$ 是有限齐次马尔可夫链.

证明 QTS 种群的状态转移情况可表示成如下随机过程:

$$\begin{array}{c} A(K) \xrightarrow{\text{tlist select}} A^1(K) \xrightarrow{\text{neighborhood search}} A^2(K) \\ \xrightarrow{\text{cros mut}} A^3(K) \xrightarrow{\text{local optimization}} A(K+1) \end{array}$$

QTS 采用的概率幅编码如式(2), 因为三角函数 $\cos(\theta_{ij})$ 取值是连续的且没有断点, 所以种群空间是无限的, 实际运算中 $\cos(\theta_{ij})$ 是有限精度的, 设 $\cos(\theta_{ij})$ 的精度为 ϵ , 则其维数为 $v = (O_h - O_l)/\epsilon$, $O_h = 1$ 是 $\cos(\theta_{ij})$ 取值的上限, $O_l = -1$ 是 $\cos(\theta_{ij})$ 取值的下限, 所以 $v = 2/\epsilon$, 假设染色体长度为 m , 种群规模为 N , 则种群所在的状态空间大小为 N^m , 因此种群序列是有限的. 种群序列为:

$$A(K+1) = T(A(K)) = T_{ts} \cdot T_{ns} \cdot T_{cm} \cdot T_{lo} \cdot (A(K)) \quad (15)$$

其中, T_{ts} , T_{ns} , T_{cm} , T_{lo} 分别表示禁忌表选择算子、邻域搜索算子、交叉变异算子和局部优化算子的转移矩阵, 它们均与进化代数 K 无关, 因此 $A(K+1)$ 仅与 $A(K)$ 有关, 故 $\{A(n), n \geq 0\}$ 是有限齐次马尔可夫链.

设 S 为状态空间, f^* 是 S 中优化问题的最优解, 令 $A^* = \{A \mid \max(f(A)) = f^*, \forall A \in S\}$.

定义 1 $\{A(n), n \geq 0\}$ 是种群序列, 如果对于任意的初始分布 $S_0 \in S$ 均有 $\lim_{k \rightarrow \infty} P\{A(k) \in A^* \mid A(0) = S_0\} = 1$, 则称算法概率 1 收敛^[10].

定理 2 QTS 是概率 1 收敛的.

证明 设种群第 k 代的概率为 $P_k = P\{A(k) \in A^* \mid A(0) = S_0\}$, 第 k 代种群处于状态 i 的概率为 $P_i(k) = P\{A(k) = i \mid A(0) = S_0\}$, 则 $P_k = \sum_{i \in A^*} P_i(k)$.

算法采用最优解保留策略, 所以转移概率 $P_{ij}(k) = P\{A(k) = j \mid A(0) = i\}$, 有两种情况:

(1) 当 $i \in A^*$, $j \notin A^*$ 时, $P_{ij}(k) = 0$

(2) 当 $i \in A^*$, $j \in A^*$ 时, $P_{ij}(k) = 1$

由定理 1 可知种群第 $k+1$ 代的概率为 $P_{k+1} = \sum_{i \notin A^*} \sum_{j \in A^*} P_i(k) P_{ij}(k) + \sum_{i \in A^*} \sum_{j \in A^*} P_i(k) P_{ij}(k)$

由转移概率的性质有 $\sum_{j \in A^*} P_{ij}(k) + \sum_{j \notin A^*} P_{ij}(k) = 1$

故 $P_k = \sum_{i \in A^*} P_i(k) = \sum_{i \in A^*} P_i(k) (\sum_{j \in A^*} P_{ij}(k) + \sum_{j \notin A^*} P_{ij}(k)) = \sum_{i \in A^*} \sum_{j \in A^*} P_i(k) P_{ij}(k) + \sum_{i \in A^*} \sum_{j \notin A^*} P_i(k) P_{ij}(k)$

由转移概率的第一种情况有 $\sum_{i \in A^*} \sum_{j \notin A^*} P_i(k) P_{ij}(k) = 0$, 可得 $P_k = \sum_{i \in A^*} \sum_{j \in A^*} P_i(k) P_{ij}(k)$

故 $P_{k+1} = P_k + \sum_{i \notin A^*} \sum_{j \in A^*} P_i(k) P_{ij}(1) > P_k$, 所以, $1 \geq P_{k+1} > P_k > P_{k-1} > P_{k-2} \cdots$,

因此 $\lim_{k \rightarrow \infty} P_k = 1$, 由定义 1, QTS 是概率 1 收敛的.

4 仿真实验与分析

为了验证本文提出的 QTS 算法性能, 选择函数极值问题和背包问题进行测试.

4.1 函数极值问题

选取了 5 个国际上通用函数 $F_1 \sim F_5$, 分别检验 QTS 算法在 2 维和高维时的性能.

4.1.1 2 维函数

$$F_1(x, y) = 10\cos 2\pi x + 10\cos 2\pi y - x^2 - y^2 - 10, \quad -5.12 \leq x, y \leq 5.12 \quad (16)$$

$$F_2(x, y) = \left(\frac{3}{0.05 + x^2 + y^2} \right)^2 + (x^2 + y^2)^2, \quad -5.12 \leq x, y \leq 5.12 \quad (17)$$

在量子进化过程中,为了确保每次都优化到最优解,文献[11]基于上述两个2维函数提出了改进的量子遗传算法,通过与基本量子遗传算法(QGA)、标准遗传算法(SGA)实验比较,表明该算法的收敛速度和优化精度均明显优于SGA和QGA.

QTS算法参数:变异概率设为 $P_m = 0.1$,种群规模和进化代数分别为30和200. QTS算法对每个函数独立运行20次,记录其最优解(BV),平均解(MV),最差解(WV)和收敛次数(CT),计算结果见表1.

表1 函数 F_1 、 F_2 的计算结果

Func	Algorithm	Status			
		BV	MV	WV	CT
F_1	SGA	9.8487	6.6111	1.9823	0
	QGA	10	9.9637	9.6335	13
	IQGA	10	10	10	20
	QTS	10	10	10	20
F_2	SGAC	3600	3086	2055	2
	QGA	3600	3548	2749	14
	IQGA	3600	3600	3600	20
	QTS	3600	3600	3600	20

由表1可以看出:在对 F_1 、 F_2 函数优化中,QTS和IQGA算法的求解能力和求得的最优解次数均优于另外两种算法,说明QTS算法适合于2维函数优化.

4.1.2 高维函数

$$F_3(x_i) = \sum_{i=1}^n (-x_i \sin(\sqrt{|x_i|})), \quad -500 \leq x_i \leq 500 \quad (18)$$

$$F_4(x_i) = \frac{1}{10} \{ \sin^2(3\pi x_1) + \sum_{i=1}^{n-1} (x_i - 1)^2 [1 + \sin^2(3\pi x_{i+1})] + (x_n - 1)^2 [1 + \sin^2(2\pi x_n)] \} + \sum_{i=1}^n u(x_i, 5, 100, 4), \quad -50 \leq x_i \leq 50 \quad (19)$$

$$F_5(x_i) = - \sum_{i=1}^n \sin(x_i) \sin^{20}\left(\frac{i \times x_i^2}{\pi}\right), \quad 0 \leq x_i \leq \pi \quad (20)$$

其中, $u(x_i, a, k, m) = \begin{cases} k(x_i - a)^m, & x_i > a \\ 0, & -a \leq x_i \leq a \\ k(-x_i - a)^m, & x_i < -a \end{cases}$

对于 F_3 和 F_4 函数, $n=30$;对于 F_5 函数, $n=100$;分别用QTS算法、文献[12]中的OGA/Q算法、文献[13]中的LEA算法和文献[15]中的HSOGA算法对每个函数进行比较.QTS算法种群规模均为100,进化代数设定为200.QTS算法对每个函数独立运行50次,记录其平均函数评价次数(Mn),最优平均值(MV)和标准差(St),计

算结果见表2.

表2 函数 $F_3 \sim F_5$ 的计算结果

Func	Algorithm	Status		
		Mn	MV	St
F_3	OGA/Q	302116	-12569.4537	6.447×10^{-4}
	LEA	287365	-12569.4542	6.831×10^{-4}
	HSOGA	101151	-12569.4866	3.168×10^{-5}
	QTS	94180	-12569.4866	$2.5802(10^{-5})$
F_4	OGA/Q	134143	1.869×10^{-4}	2.615×10^{-5}
	LEA	130213	1.734×10^{-4}	1.205×10^{-4}
	HSOGA	105518	4.1316×10^{-5}	3.0987×10^{-5}
	QTS	77548	1.2468×10^{-6}	5.2577×10^{-6}
F_5	OGA/Q	302773	-92.83	0.02626
	LEA	289863	-93.01	0.02314
	HSOGA	236867	-98.0887	0.27125
	QTS	178828	-99.2216	0.10441

由表2可知:QTS算法对函数 F_4 、 F_5 的最优平均值、平均函数评价次数、标准差方面明显优于OGA/Q算法、LEA算法和HSOGA算法;对函数 F_3 ,QTS算法和HSOGA算法都能找到的最优解,但QTS算法得到的标准差最小,平均函数评价次数最少.图1为QTS算法优化 F_5 函数的结果.

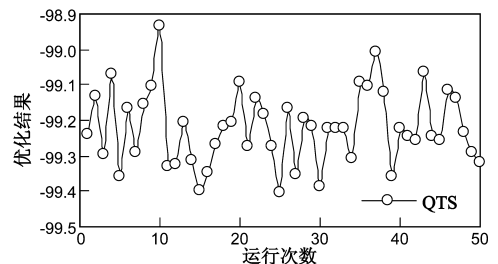


图1 F_5 函数优化结果

从图1可以看出:用量子禁忌搜索算法对 F_5 函数优化时, F_5 函数值变化范围为 $[-99.4028, -98.933]$,其最差解都比其它三种算法好,说明QTS算法对高维函数优化也适合.

4.2 多维背包问题

针对多维背包问题,本文设计一个0分割形式的正整数向量编码,例如:[0 1 5 6 0 2 4 3 0]表示有两个背包,第一个背包中的物品为{1,5,6},第二个背包中的物品为{2,4,3}.在解空间变换上,设计了状态转移变换.

$$j = \begin{cases} \operatorname{argmax}_{s \in \text{allowed}_k} \{ \tau_j^\alpha(t) \cdot \eta_j^\beta(t) \}, & q \leq q_0 \\ \frac{\tau_j^\alpha(t) \cdot \eta_j^\beta(t)}{\sum_{s \in \text{allowed}_k} \tau_s^\alpha(t) \cdot \eta_s^\beta(t)}, & q > q_0 \end{cases} \quad (21)$$

$$\eta_j = \frac{p_j}{\sum_{j=1}^n p_j} \cdot \frac{\sum_{i=1}^m [(c_i - a_{ij})/c_i]}{m} \quad (22)$$

其中, j 表示物品编号, $q_0 \in [0, 1]$ 为阈值, $allowed_k = \{1, 2, \dots, n\} - tabu_k$ 表示 t 时刻量子染色体的第 k 个量子比特可以选择物品的编号集, $q \in [0, 1]$ 为均匀分布的随机数, $tabu_k$ 是用来保存量子比特到目前为止经变换得到的物品的编号集, $\tau_j^\alpha(t) \in [0, 1]$ 表示物品引领信息, 其值用公式(4)得到, $\eta_j^\beta(t)$ 表示物品启发信息, α 和 β 表示重要程度参数。

多维背包问题适应度函数

$$fit(X) = \sum_{i=1}^m \sum_{j \in allowed_i} p_j \quad (23)$$

其中, m 为背包数, $allowed_i$ 第 i 个背包中物品的编号集, p_j 表示第 j 个物品的价值。

从国际通用的多维背包问题测试库中, 选取 PB1、PB4、PB5 和 PB6 四个用例。

算法参数: 种群大小为 100, 变异概率 $P_m = 0.1$, $\alpha = 10$, $\beta = 3$, 进化代数设定为 100。用粒子群算法(CPSO)^[15]和 QTS 进行比较, QTS 算法对每个算例独立运行 20 次, 记录其最优解(BV), 迭代次数(TN), 计算结果见表 3。

表 3 多维背包问题的计算结果

测试数据	M	n	CPSO		QTS	
			BV	TN	BV	TN
PB1	4	27	3090	18	3090	15
PB4	2	29	95168	14	95168	13
PB5	10	20	2139	13	2139	11
PB6	30	40	776	19	776	16

由表 3 可知: 两种算法在 4 个算例中都可以得到最好解。在求解效率上, QTS 算法的迭代次数最少, 这一数据又说明了 QTS 算法在求解质量和收敛速度两方面都有较好的表现。图 2 为 QTS 算法对 PB6 算例的最优值进化曲线。

从图 2 可以看出: QTS 算法对 PB6 算例优化时, 算

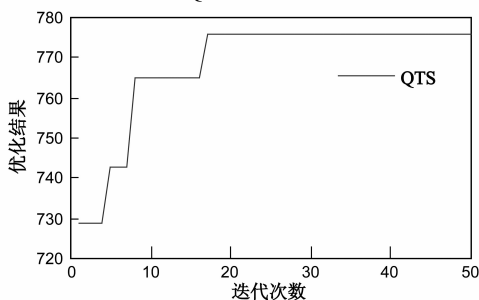


图2 PB6算例的最优值进化曲线

法的进化速度较快, 对多维背包问题寻优能力较强。

5 结束语

(1) 提出了量子禁忌搜索算法, 对量子进化算法和禁忌搜索算法进行改进, 使这两种算法合理地融合。

(2) 提出了一种按指数级别下降并可动态循环调整的相位增量空间调整策略, 在一定程度上避免了算法在对高维函数优化时早熟现象。

(3) 提出了一种与禁忌表中最优解有关的可动态调整的相位邻域空间的划分方法, 该方法缩小了候选解的选取范围, 可以加快算法的寻优速度和提高算法的求解精度。

(4) 针对不同的优化问题, 设计了不同的解空间变换方法及适应度函数表达方式, 通过函数极值问题、背包问题的仿真, 结果表明, 该方法设计合理、性能可靠、且通用性较好, 也适应于其它的组合优化问题。

本文提出的量子禁忌搜索算法具有较强的搜索能力和效率, 如何将该算法推广到多目标优化和动态环境优化是进一步的课题。

参考文献

- [1] Narayanan A, Moore M. Quantum-inspired genetic algorithm [A]. Proceedings of 1996 IEEE International Conference on Evolutionary Computation [C]. Piscataway, USA: IEEE Press, 1996. 61 - 66.
- [2] 杨俊安, 庄镇泉, 史亮. 多宇宙并行量子遗传算法[J]. 电子学报, 2004, 32(6): 923 - 928
Yang Jun-an, Zhuang Zhen-quan, Shi Liang. Multiverse parallel quantum genetic algorithm [J]. Acta Electronica Sinica, 2004, 32(6): 923 - 928. (in Chinese)
- [3] 周殊, 潘炜, 罗斌, 等. 一种基于粒子群优化方法的改进量子遗传算法[J]. 电子学报, 2006, 34(5): 897 - 901.
Zhou Shu, Pan Wei, Luo Bin, et al. A novel quantum genetic algorithm based on particle swarm optimization method and its application [J]. Acta Electronica Sinica, 2006, 34(5): 897 - 901. (in Chinese)
- [4] 刑焕来, 潘伟, 邹喜华. 一种解决组合优化问题的改进型量子遗传算法[J]. 电子学报, 2007, 35(10): 1999 - 2002.
Xing Huan-lai, Pan Wei, Zou Xi-hua. A novel improved quantum genetic algorithm for combinatorial optimization problems [J]. Acta Electronica Sinica, 2007, 35(10): 1999 - 2002. (in Chinese)
- [5] 李英华, 王宇平. 有效的混合量子遗传算法[J]. 系统工程理论与实践, 2006, 4(11): 116 - 124.
Li Ying-hua, Wang Yu-ping. An effective hybrid quantum genetic algorithm [J]. Systems Engineering-theory & Practice, 2006, 4(11): 116 - 124. (in Chinese)

- [6] 陈辉, 张家树, 张超. 实数编码混沌量子遗传算法[J]. 控制与决策, 2005, 20(11): 1300 - 1303.
Chen Hui, Zhang Jia-shu, Zhang Chao. Real-coded chaotic quantum-inspired genetic algorithm[J]. Control and Decision, 2005, 20(11): 1300 - 1303. (in Chinese)
- [7] 周传华, 钱锋. 改进量子遗传算法及其应用[J]. 计算机应用, 2008, 28(2): 3660 - 3662.
Zhou Chuan-hua, Qian Feng. Improvement of quantum genetic algorithm and its application[J]. Computer Applications, 2008, 28(2): 3660 - 3662. (in Chinese)
- [8] 黄沙日娜, 赵国亮. 模糊量子遗传算法及其应用[J]. 计算机工程与应用, 2011, 47(5): 37 - 39.
Huang Sha-rina, Zhao Guo-liang. Fuzzy quantum genetic algorithm and its application[J]. Computer Engineering and Applications, 2011, 47(5): 37 - 39. (in Chinese)
- [9] GLOVER F. Tabu search: Part II[J]. ORSA Journal on Computing, 1990, 2(1): 4 - 32.
- [10] 潘正君, 康立山, 陈毓屏. 演化计算[M]. 北京: 清华大学出版社, 1998. 39 - 43.
Pan Zheng-jun, Kang Li-shan, Chen Yu-ping. Evolutionary Computation[M]. Beijing: Tsinghua University Press, 1998. 39 - 43. (in Chinese)
- [11] 李士勇, 李浩. 一种基于相位比较的量子遗传算法[J]. 系统工程与电子技术, 2010, 32(10): 2219 - 2222.
Li Shi yong, Li Hao. Quantum genetic algorithm based on phase comparison[J]. Systems Engineering and Electronics, 2010, 32(10): 2219 - 2222. (in Chinese)
- [12] Leung YW, Wang YP. An orthogonal genetic algorithm with quantization for global numerical optimization [J]. IEEE Transactions on Evolutionary Computation, 2001, 5(1): 41 - 53.
- [13] Wang YP, Dang CY. An evolutionary algorithm for global optimization based on level-set evolution and Latin squares[J]. IEEE Transactions on Evolutionary Computation, 2007, 11(5): 579 - 595.
- [14] 江中央, 蔡自兴, 王勇. 求解全局优化问题的混合自适应正交遗传算法[J]. 软件学报, 2010, 21(6): 1296 - 1307.
Jiang Zhong-yang, Cai Zi-xing, Wang Yong. Hybrid self-adaptive orthogonal genetic algorithm for solving global optimization problems[J]. Journal of Software, 2010, 21(6): 1296 - 1307. (in Chinese)
- [15] 刘勇, 马良. 元胞微粒群算法及其在多维背包问题中的应用[J]. 管理科学学报, 2011, 14(1): 86 - 95.
Liu Yong, Ma Liang. Cellular particle swarm optimization algorithm and its application to multi-dimensional knapsack problem[J]. Journal of Management Sciences in China, 2011, 14(1): 86 - 95. (in Chinese)

作者简介



陈晓峰 男, 1965 年 4 月出生于辽宁省抚顺市. 硕士, 现为东北大学软件学院实验中心副主任, 从事智能算法方面的研究工作.

E-mail: chenxf@swc.neu.edu.cn



姜慧研 女, 博士, 东北大学教授, 主要从事计算机辅助诊断、图像处理与分析、专家系统与智能优化等方面研究.

E-mail: hyjiang@mail.neu.edu.cn